

## 4. ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ

### 4.1. Алгебра

4.1.1. Вычислите:  $\sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{6})^2}$ .

4.1.2. Вычислите:  $\sqrt{(5 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$ .

4.1.3. Вычислите:  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\right) \cdot \sqrt{2}$ .

4.1.4. Вычислите:  $\frac{3}{7}(4 - \sqrt{2}) \left(\frac{3}{1 - \sqrt{2}} + \frac{2}{2 + \sqrt{2}} + \frac{3}{3 - 2\sqrt{2}}\right)$ .

4.1.5. Вычислите:  $\sqrt{14 - \sqrt{132}} \cdot (14 + \sqrt{132}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{11})$ .

4.1.6. Вычислите:  $\sqrt{21 - \sqrt{440}} \cdot (21 + \sqrt{440}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{11})$ .

4.1.7. Найдите значение выражения  $(x - 8)(x - 7)(x - 3)(x - 2)$  при  $x = 5 - \sqrt{7}$ .

4.1.8. Найдите значение выражения  $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5)$  при  $x = \sqrt{5} - 3$ .

4.1.9. Какое из чисел больше:  $\sqrt{6} + \sqrt{10}$  или  $3 + \sqrt{7}$ ?

4.1.10. Какое из чисел больше:  $\sqrt{5} + \sqrt{10}$  или  $2 + \sqrt{11}$ ?

4.1.11. Разложите на множители:  $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 4x + 3y$ .

4.1.12. Разложите на множители:  $4x^2 - 20xy + 25y^2 + 5y - 2x$ .

4.1.13. Сократите дробь  $\frac{4a^2 - 4b^2 + b - a}{1 - 4b - 4a}$ .

4.1.14. Сократите дробь  $\frac{5b - 5a - 1}{a + b + 5a^2 - 5b^2}$ .

4.1.15. Сократите дробь  $\frac{4x^2 - 20x + 25}{2x^2 + x - 15}$ .

4.1.16. Сократите дробь  $\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x^2 - x - 6}$ .

4.1.17. При каких значениях  $a$  сократима дробь  $\frac{x^2 + x - 2}{x + a}$ ?

4.1.18. При каких значениях  $a$  сократима дробь  $\frac{x^2 - 7x - 8}{x - a}$ ?

4.1.19. Упростите выражение  $\left(\frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{x^2 - 8x + 16}\right) : \frac{x-6}{16-x^2} + \frac{24x}{x-4}$ .

4.1.20. Упростите выражение  $\left(\frac{15x}{x-3} + \frac{5x}{x^2 - 6x + 9}\right) : \frac{3x-8}{9-x^2} + \frac{30x}{x-3}$ .

4.1.21. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y = -11, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 2. \end{cases}$

4.1.22. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x - y = 10, \\ \frac{x}{3} + \frac{y+1}{5} = 1. \end{cases}$

4.1.23. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-30; -8)$  и  $B(35; 5)$ . Выясните, в одной или разных полуплоскостях располагаются эти точки относительно прямой  $y = \frac{1}{4}x - 2$ .

4.1.24. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-13; 75)$  и  $B(15; -65)$ . Выясните, в одной или разных полуплоскостях располагаются эти точки относительно прямой  $y = -5x + 9$ .

4.1.25. Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии: 12,8; 12,5; ...

4.1.26. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии: -7,2; -6,9; ...

4.1.27. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (2x - 1)(y + 2) = 0, \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$

4.1.28. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (2x + 3)(y + 8) = 0, \\ x^2 + 4x + y = -3. \end{cases}$

4.1.29. Между числами 3 и 12 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

4.1.30. Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

4.1.31. Решите уравнение  $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$ .

4.1.32. Решите уравнение  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ .

4.1.33. Решите уравнение  $\left(\frac{x^2 - 3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2 - 3x}{2} - 4\right) = -10$ .

4.1.34. Решите уравнение  $\left(2 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right)\left(4 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right) = 3$ .

4.1.35. Решите уравнение  $(x^2 + 6x)^2 + 2(x + 3)^2 = 81$ .

4.1.36. Решите уравнение  $(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 = 1$ .

4.1.37. Решите уравнение  $\frac{x-3}{x+4} + \frac{x}{x-4} = \frac{32}{x^2-16}$ .

4.1.38. Решите уравнение  $\frac{x+4}{x-5} + \frac{x}{x+5} = \frac{50}{x^2-25}$ .

4.1.39. Решите уравнение  $x^2 + 3\sqrt{x^2} - 10 = 0$ .

4.1.40. Решите уравнение  $x^2 + 6\sqrt{x^2} - 7 = 0$ .

4.1.41. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 7, \\ x^2 + y^2 = 9 + 2xy. \end{cases}$

4.1.42. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 25 + 2xy. \end{cases}$

4.1.43. Решите неравенство  $\frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leq 3 - \frac{1-x}{2}$ .

4.1.44. Решите неравенство  $\frac{4x+13}{10} - \frac{3+2x}{4} \leq \frac{6-7x}{20} - 1$ .

4.1.45. Решите неравенство  $(\sqrt{6} - 2,5)(7 - 6x)(2\sqrt{7} - 5) < 0$ .

4.1.46. Решите неравенство  $(\sqrt{12} - 3,5)(5 - 4x)(3\sqrt{5} - 7) < 0$ .

4.1.47. Найдите область определения выражения  $\frac{\sqrt{3x^2 - x - 14}}{x^2 - 9}$ .

4.1.48. Найдите область определения выражения  $\frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 2}}{x^2 - 4}$ .

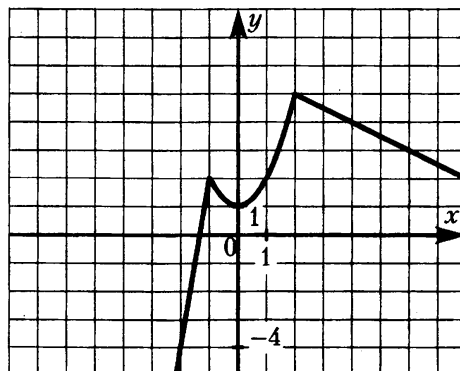
4.1.49. Постройте график функции  $y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x \geq 2, \\ x - 1, & \text{если } x < 2. \end{cases}$

4.1.50. Постройте график функции  $y = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1, & \text{если } x \geq 4, \\ -x + 5, & \text{если } x < 4. \end{cases}$

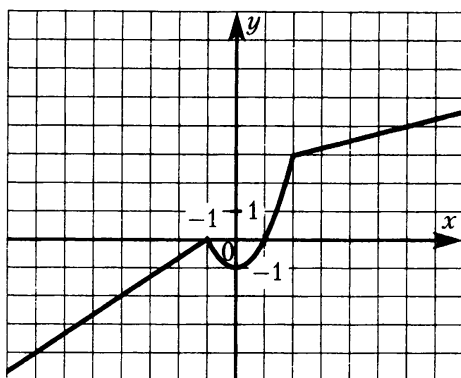
4.1.51. При каком значении  $p$  вершины парабол  $y = x^2 - 2px - 1$  и  $y = -x^2 + 4px + p$  расположены по разные стороны от оси  $x$ ?

4.1.52. При каком значении  $p$  вершины парабол  $y = x^2 - 4px + p$  и  $y = -x^2 + 8px + 4$  расположены по одну сторону от оси  $x$ ?

4.1.53. График функции состоит из двух лучей и части параболы (см. рисунок). Задайте эту функцию формулами.



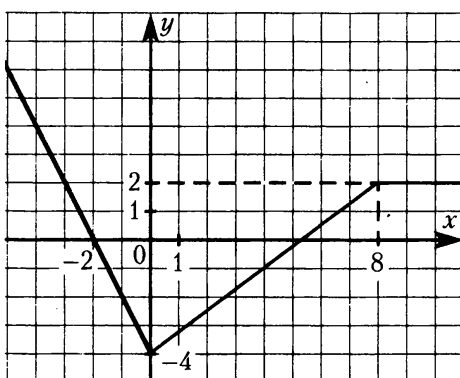
4.1.54. График функции состоит из двух лучей и части параболы (см. рисунок). Задайте эту функцию формулами.



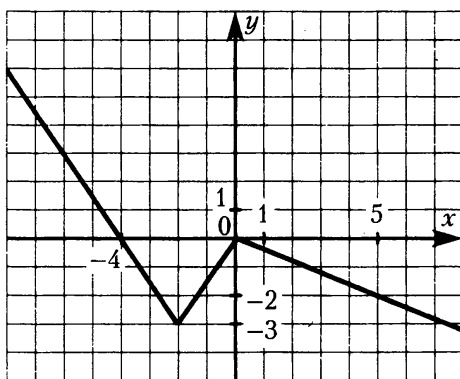
4.1.55. При каких значениях  $p$  прямая  $y = 2x + p$  образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 4?

4.1.56. При каких значениях  $p$  прямая  $y = 2x + p$  образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 9?

4.1.57. График функции состоит из двух лучей и отрезка (см. рисунок). Задайте функцию формулами.



4.1.58. График функции состоит из двух лучей и отрезка (см. рисунок). Задайте функцию формулами.



4.1.59. Найдите все положительные значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} -3x - 4, & \text{если } x < -2, \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ 3x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

**4.1.60.** Найдите все положительные значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} -2x - 5, & \text{если } x < -3, \\ 1, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ 2x - 5, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

**4.1.61.** Найдите значения  $p$ , при которых парабола  $y = -2x^2 + px - 50$  касается оси  $x$ . Для найденных значений  $p$  определите координаты точек касания.

**4.1.62.** Найдите значения  $p$ , при которых парабола  $y = 3x^2 + px + 48$  касается оси  $x$ . Для найденных значений  $p$  определите координаты точек касания.

**4.1.63.** Найдите  $c$  и постройте график функции  $y = x^2 + c$ , если известно, что прямая  $y = -4x$  имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

**4.1.64.** Найдите  $c$  и постройте график функции  $y = x^2 + c$ , если известно, что прямая  $y = -6x$  имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

**4.1.65.** Постройте график  $y = (\sqrt{4x - x^2})^2$ , и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx + 9$  имеет с графиком ровно две общие точки.

**4.1.66.** Постройте график  $y = -(\sqrt{-x^2 - 2x})^2$ , и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx - \frac{1}{4}$  имеет с графиком ровно две общие точки.

**4.1.67.** При каких значениях  $p$  прямая  $y = p$  имеет три общие точки с графиком функции  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} x(x - 2), & \text{если } x \geq 0, \\ x(2 - x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

**4.1.68.** При каких значениях  $p$  прямая  $y = p$  имеет три общие точки с графиком функции  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} x(x - 4), & \text{если } x \geq 0, \\ x(4 - x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

**4.1.69.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2)}{x^2 - 4}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**4.1.70.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 4)}{1 - x^2}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**4.1.71.** Постройте график функции  $y = -|x^2 + 2x - 3|$  и найдите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  пересекает построенный график ровно в трёх точках.

**4.1.72.** Постройте график функции  $y = |x^2 + 6x + 5|$  и найдите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  пересекает построенный график ровно в трёх точках.

**4.1.73.** Найдите  $c$  и постройте график функции  $y = x^2 + c$ , если известно, что прямая  $y = 4x$  имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

**4.1.74.** Найдите  $c$  и постройте график функции  $y = x^2 + c$ , если известно, что прямая  $y = 6x$  имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

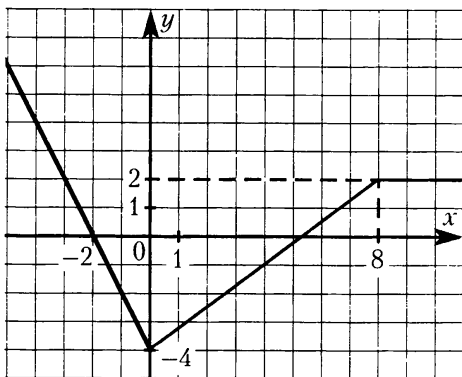
**4.1.75.** Постройте график функции  $y = |x - 2| + |x + 1|$ .

4.1.76. Постройте график функции  $y = |x - 2| - |x + 1|$ .

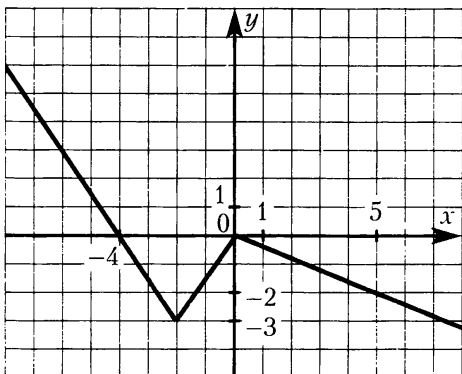
4.1.77. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком функции  $y = |x - 2| + |x + 1|$  ровно две общие точки.

4.1.78. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком функции  $y = |x - 2| - |x + 1|$  ровно две общие точки.

4.1.79. График функции состоит из двух лучей и отрезка (см. рисунок). Задайте функцию формулой вида  $y = a|x| + b|x - 8| + kx + c$ .



4.1.80. График функции состоит из двух лучей и отрезка (см. рисунок). Задайте функцию формулой вида  $y = a|x + 2| + b|x| + kx + c$ .



4.1.81. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получился раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

4.1.82. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 48%, получили раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

4.1.83. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 84, а сумма второго и третьего членов равна 112. Найдите первые три члена этой прогрессии.

4.1.84. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 40, а сумма второго и третьего членов равна 60. Найдите первые три члена этой прогрессии.

4.1.85. Теплоход проходит по течению до пункта назначения 126 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите собственную скорость теплохода (в неподвижной воде), если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается ровно через сутки после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

**4.1.86.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 160 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается ровно через 20 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

**4.1.87.** Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?

**4.1.88.** На изготовление 180 деталей первый рабочий тратит на 3 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

**4.1.89.** Из города  $A$  в город  $B$  выехал автобус. Спустя 0,5 ч вслед за ним из пункта  $A$  выехал автомобиль. Через 1,1 ч после своего выезда он, обогнав автобус, находился на расстоянии 2 км от него. Найдите скорость автобуса, если известно, что она на 20 км/ч меньше скорости автомобиля.

**4.1.90.** Из города  $A$  в город  $B$  выехала грузовая машина. Спустя 1,2 ч из пункта  $A$  вслед за ней выехал автобус. Через 0,8 ч после своего выезда он отставал от машины на 24 км. Найдите скорость автобуса, если известно, что она больше скорости грузовой машины на 30 км/ч.

**4.1.91.** Туристы на моторной лодке прошли два часа против течения реки, после чего повернули обратно и 12 минут шли по течению, выключив мотор. Затем они включили мотор и через один час после этого прибыли к месту старта. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости лодки? Скорость лодки в неподвижной воде (собственная скорость лодки) и скорость течения реки считаются постоянными.

**4.1.92.** Туристы на моторной лодке прошли один час по течению реки, после чего выключили мотор и плыли по течению реки ещё 30 минут. Затем они, включив мотор, повернули обратно и через три часа после этого прибыли к месту старта. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости лодки? Скорость лодки в неподвижной воде (собственная скорость лодки) и скорость течения реки считаются постоянными.

**4.1.93.** Три экскаватора разной производительности роют котлован. Работа будет выполнена, если каждый проработает 12 часов. Она также будет выполнена, если первый проработает 8 часов, второй — 16, а третий — 10. Сколько часов должен проработать второй экскаватор, чтобы завершить работу, если до него первый проработал 10 часов, а третий — 11?

**4.1.94.** Три самосвала разной грузоподъемности возят грунт. Он будет вывезен полностью, если все сделают по 8 рейсов. Грунт также будет вывезен, если первый самосвал сделает 4 рейса, второй — 2, третий — 16 рейсов. Если первый и третий совершат соответственно 6 и 12 рейсов, то сколько рейсов нужно сделать второму самосвалу, чтобы весь грунт был вывезен?

**4.1.95.** Теплоход идёт по течению реки в 5 раз медленнее, чем скутер против течения, а по течению скутер идёт в 9 раз быстрее, чем теплоход против течения. Во сколько раз собственная скорость скутера больше собственной скорости теплохода? (Собственная скорость — скорость в неподвижной воде.)

**4.1.96.** Теплоход идёт по течению реки в 2 раза медленнее, чем скутер против течения, а по течению скутер идёт в 4 раз быстрее, чем теплоход против течения. Во сколько раз собственная скорость скутера больше собственной скорости теплохода? (Собственная скорость — скорость в неподвижной воде.)

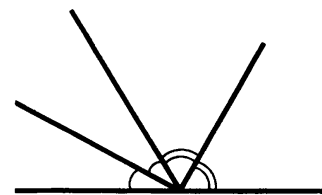
**4.1.97.** Непослушный ребёнок находится от отца на расстоянии 26 своих шагов. В то время, как он делает 4 шага, отец успевает сделать три шага. Но отец проходит за два своих шага столько же, сколько ребёнок за три. Через сколько своих шагов отец догонит ребёнка, убегающего от отца?

**4.1.98.** Дана последовательность: 125; 248; 369; 488; ... Она обладает тем свойством, что разность соседних членов (из большего по номеру вычитается меньший) образует арифметическую прогрессию. Найдите сто двадцать пятый член данной последовательности.

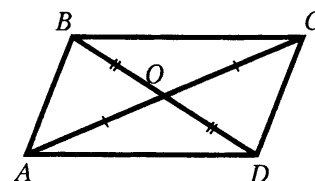
## 4.2. Геометрия

### Задачи на доказательство геометрических фактов

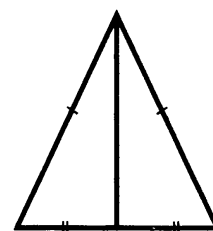
**4.2.1.** Докажите, что биссектрисы смежных углов перпендикулярны.



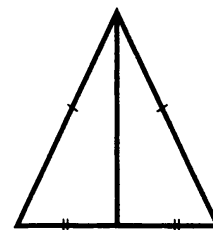
**4.2.2.** Два отрезка  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ , которая является серединой каждого из них. Докажите равенство треугольников  $ACD$  и  $CAB$ .



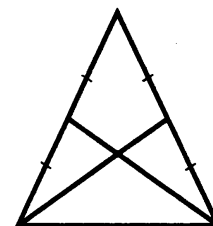
**4.2.3.** Докажите, что медиана, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, является биссектрисой угла, противолежащего основанию.



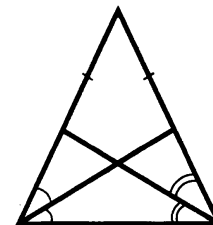
**4.2.4.** Докажите, что медиана, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, перпендикулярна основанию.



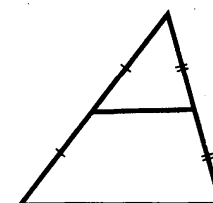
**4.2.5.** Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.



**4.2.6.** Докажите, что биссектрисы, проведённые из вершин основания равнобедренного треугольника, равны.

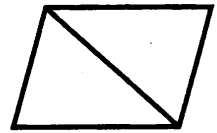


**4.2.7.** Докажите, что длина отрезка, соединяющего середины двух сторон треугольника, равна половине длины третьей стороны.

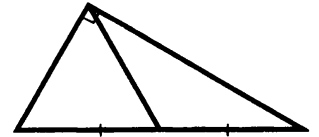




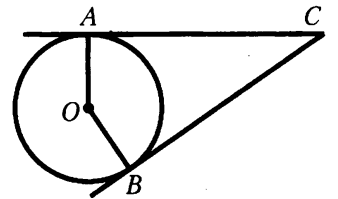
**4.2.8.** Докажите, что диагональ параллелограмма разбивает его на два равных треугольника.



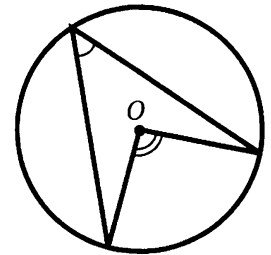
**4.2.9.** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



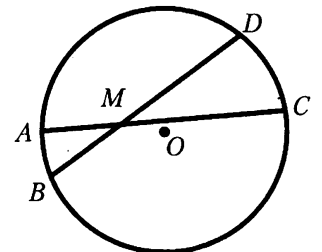
**4.2.10.** Докажите, что отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки, равны.



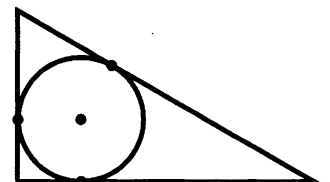
**4.2.11.** Докажите, что градусная мера вписанного угла равна половине градусной меры дуги, на которую он опирается.



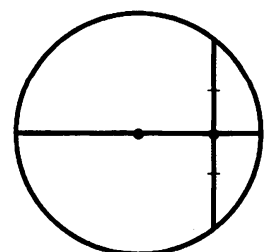
**4.2.12.** Докажите, что если две хорды  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ , то произведение длин отрезков одной хорды равно произведению длин отрезков другой хорды:  $AM \cdot MC = BM \cdot MD$ .



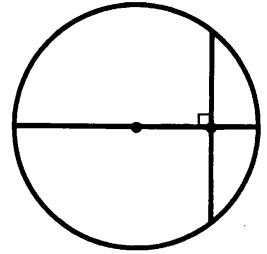
**4.2.13.** Докажите, что радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен разности полупериметра треугольника и гипотенузы.



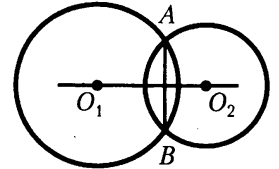
**4.2.14.** Докажите, что диаметр, проходящий через середину хорды окружности, перпендикулярен ей.



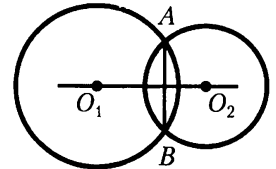
**4.2.15.** Докажите, что диаметр, перпендикулярный хорде окружности, пересекает её в середине.



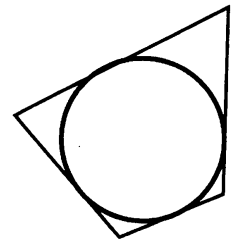
**4.2.16.** Докажите, что если две окружности имеют общую хорду, то прямая, проходящая через центры этих окружностей, перпендикулярна данной хорде.



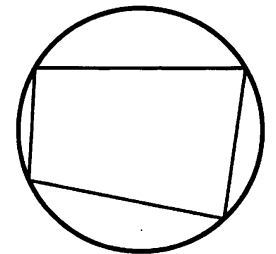
**4.2.17.** Докажите, что если две окружности имеют общую хорду, то прямая, проходящая через центры этих окружностей, делит общую хорду пополам.



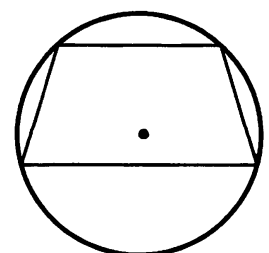
**4.2.18.** Докажите, что если в четырёхугольнике можно вписать окружность, то суммы длин его противоположных сторон равны.



**4.2.19.** Докажите, что если около четырёхугольника можно описать окружность, то суммы его противоположных углов равны.



**4.2.20.** Докажите, что если около трапеции можно описать окружность, то трапеция равнобедренная.



- 4.2.21.** Докажите, что если около ромба можно описать окружность, то этот ромб — квадрат.
- 4.2.22.** Докажите, что средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.
- 4.2.23.** Докажите, что если в равнобедренную трапецию можно вписать окружность, то высота равна средней линии.
- 4.2.24.** Последовательно соединили отрезками середины сторон четырёхугольника. Докажите, что полученная фигура — параллелограмм.
- 4.2.25.** Докажите, что если биссектриса пересекает основание трапеции, то от трапеции отсекается равнобедренный треугольник.
- 4.2.26.** Биссектрисы всех внутренних углов параллелограмма попарно пересекаются. Докажите, что полученный четырёхугольник является прямоугольником.
- 4.2.27.** Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, разбивает его на два треугольника. Докажите, что площади этих треугольников равны.
- 4.2.28.** Диагонали трапеции разбивают её на четыре треугольника. Докажите, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики.
- 4.2.29.** Докажите, что медианы треугольника разбивают треугольник на шесть равновеликих треугольников.
- 4.2.30.** На стороне  $BC$  квадрата  $ABCD$  взята точка  $K$ . Докажите, что площадь треугольника  $AKD$  равна половине площади квадрата.

### Задачи

- 4.2.31.** В окружности проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Каждая из них делится другой хордой на отрезки, равные 4 и 6. Найдите расстояние от центра окружности до каждой хорды.
- 4.2.32.** В окружности проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Одна из хорд удалена от центра на расстояние 6, другая — на расстояние 8. На каком расстоянии от центра круга находится точка пересечения хорд?
- 4.2.33.** Две окружности радиусов 3 и 12 касаются внешним образом. Найдите площадь трапеции, ограниченной двумя общими касательными к этим окружностям и прямыми, соединяющими точки касания.
- 4.2.34.** Две окружности радиусов  $R = 9$  и  $r = 7$  касаются внешним образом в точке  $A$ . Через точку  $B$ , взятую на большей окружности, проведена прямая, касающаяся меньшей окружности в точке  $C$ . Найдите длину отрезка  $BC$ , если длина хорды  $AB$  равна 12.
- 4.2.35.** В точке пересечения двух окружностей с радиусами 4 и 8 касательные к ним взаимно перпендикулярны. Вычислите площадь фигуры  $O_1ABO_2$ , где  $AB$  — общая касательная к окружностям, а  $O_1$  и  $O_2$  — их центры.
- 4.2.36.** В треугольнике  $ABC$  медиана  $AM$  перпендикулярна медиане  $BK$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AM = 10$ ,  $BK = 6$ .
- 4.2.37.** Сторона треугольника равна 20, а медианы, проведённые к другим сторонам, равны 18 и 24. Найдите площадь треугольника.
- 4.2.38.** Площадь треугольника  $ABC$  равна 60. Биссектриса  $AD$  пересекает медиану  $BK$  в точке  $E$ , при этом  $BE:KE = 1:1$ . Найдите площадь четырёхугольника  $EDCK$ .
- 4.2.39.** Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  делит медиану, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 5:4, считая от вершины  $B$ . В каком отношении, считая от вершины  $C$ , эта биссектриса делит медиану, проведённую из вершины  $C$ ?

**4.2.40.** Биссектриса угла  $B$  треугольника  $ABC$  делит медиану, проведённую из вершины  $C$ , в отношении  $7:2$ , считая от вершины  $C$ . В каком отношении, считая от вершины  $A$ , эта биссектриса делит медиану, проведённую из вершины  $A$ ?

**4.2.41.** Площадь треугольника  $ABC$  равна  $90$ , биссектриса  $AD$  пересекает  $BC$  так, что  $BD:CD = 2:3$ . Отрезок  $BL$  пересекается с биссектрисой  $AD$  в точке  $E$  и делит  $AC$  на  $AL$  и  $CL$  так, что  $AL:CL = 1:2$ . Найдите площадь четырёхугольника  $EDCL$ .

**4.2.42.** На боковой стороне  $AB$  равнобедренного треугольника, как на диаметре, построена окружность. Окружность пересекает основание  $AC$  в точке  $M$  и боковую сторону  $CB$  в точке  $N$ . Найдите периметр треугольника  $MNC$ , если  $AB = 10$ ,  $AC = 8$ .

**4.2.43.** Через внутреннюю точку треугольника проведены прямые параллельно всем сторонам данного треугольника. Площади образовавшихся треугольников равны  $25$ ,  $16$  и  $4$ . Найдите площадь данного треугольника.

**4.2.44.** Основания трапеции равны  $44$  и  $16$ , а боковые стороны равны  $17$  и  $25$ . Найдите высоту трапеции.

**4.2.45.** В трапеции длины диагоналей равны  $3$  и  $5$ , а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна  $2$ . Найдите площадь трапеции.

**4.2.46.** В трапеции меньшая диагональ перпендикулярна основаниям, сумма острых углов равна  $90^\circ$ . Найдите площадь трапеции, если её основания равны  $2$  и  $18$ .

**4.2.47.** Около трапеции с высотой, равной  $8$ , описана окружность, центр которой лежит внутри трапеции. Большее основание трапеции видно из центра окружности под углом  $110^\circ$ , а меньшее под углом  $70^\circ$ . Найдите площадь трапеции.

**4.2.48.** В трапеции меньшая диагональ перпендикулярна основаниям, сумма острых углов равна  $90^\circ$ . Найдите боковые стороны трапеции, если основания равны  $4$  и  $9$ .

**4.2.49.** Центр окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, удалён от концов большей боковой стороны на расстояния  $4,5$  и  $6$ . Найдите среднюю линию трапецию.

**4.2.50.** Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  при боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $G$ . Найдите  $CD$ , если  $CG = 24$ ,  $DG = 18$ .

**4.2.51.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  при боковой стороне  $CD$  пересекаются в точке  $G$ . Найдите  $FG$ , если основания равны  $16$  и  $30$ , боковые стороны —  $13$  и  $15$ .