

Вариант 1802201401, 1802201405

Часть 1

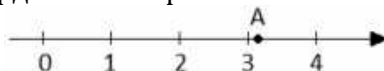
Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $5^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 6 \cdot \frac{1}{3}$.

Решение: $5^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 6 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5^3}{5^2} + 2 = 5 + 2 = 7$

Ответ: 7.

2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A?



Варианты ответа

1. $\sqrt{2}$;

2. $\sqrt{6}$;

3. $\sqrt{8}$;

4. $\sqrt{10}$.

Решение: $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$, значит $3 < \sqrt{10} < 4$. Тогда $A(\sqrt{10})$

Ответ: 4.

3. Упростите выражение $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{99}}{\sqrt{22}}$.

Решение: $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{99}}{\sqrt{22}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{9 \cdot 11}}{\sqrt{2 \cdot 11}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{11}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{11}} = 3$

Ответ: 3.

4. Найдите корни уравнения $2x^2 + 11x + 34 = (x + 6)^2$.

Решение: $2x^2 + 11x + 34 = x^2 + 12x + 36$

$$2x^2 + 11x + 34 - x^2 - 12x - 36 = 0$$

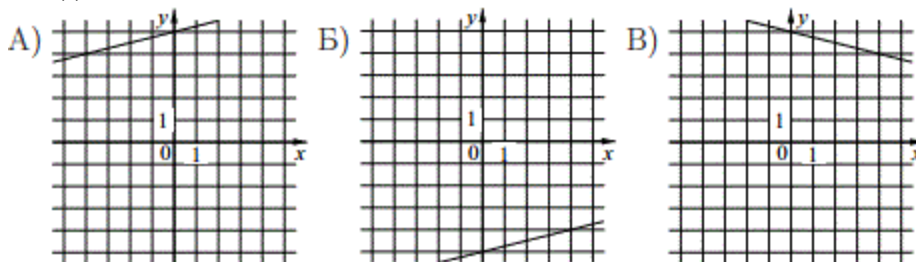
$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2, x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1$$

Ответ: -1; 2.

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. В ответе укажите последовательность чисел.



1) $y = -\frac{1}{4}x - 5$

2) $y = -\frac{1}{4}x + 5$

3) $y = \frac{1}{4}x + 5$

4) $y = \frac{1}{4}x - 5$

Решение: А) Линейная функция, возрастает, значит, угловой коэффициент $k > 0$. Следовательно, или 3я, или 4я формулы. Т.к. данная прямая проходит через точку $(0; 5)$, то формула, задающая данную функцию $y = \frac{1}{4}x + 5$. Графику А соответствует цифра 3.

Б) Т.к. данная линейная функция возрастает, то $k > 0$. Из оставшихся формул выбираем 4ю. Графику Б соответствует цифра 4

В) Убывающая линейная функция. Проходит через точку $(0; 5)$. Через эту точку проходит график функции $y = -\frac{1}{4}x + 5$. Графику В соответствует цифра 2.

Ответ: 342.

6. Дана последовательность чисел 12, 15, 18, ... Определив зависимость, найдите сумму членов этой последовательности, начиная со второго по седьмой.

Решение:

Числа увеличиваются на 3 (арифметическая прогрессия с разностью 3 и первым членом 12).

$a_2 = 15, a_3 = 18, a_4 = 21, a_5 = 24, a_6 = 27, a_7 = 30$. Находим сумму членов со второго по седьмой:

$$S = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 15 + 18 + 21 + 24 + 27 + 30 = 135$$

Ответ: 135

7. Упростите выражение $\frac{x^2-y^2}{y} : \frac{x^2-xy}{y}$ и найдите его значение при $x = -0,3, y = 1,2$.

Решение:

$$\frac{x^2-y^2}{y} : \frac{x^2-xy}{y} = \frac{(x-y)(x+y)}{y} \cdot \frac{y}{x(x-y)} = \frac{x+y}{x} = \frac{-0,3+1,2}{-0,3} = -3$$

Ответ: -3

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5-2x \geq -1, \\ 4x-4 \geq -2. \end{cases}$

Варианты ответа

1. $[3; +\infty)$

2. $[0,5; 3]$

3. $[-\frac{2}{3}; +\infty)$

4. $[-1,5; -2]$

Решение:

$$\begin{cases} 5-2x \geq -1, \\ 4x-4 \geq -2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x \geq -1-5, & | :(-2) \\ 4x \geq -2+4. & | :4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 0,5. \end{cases} \Leftrightarrow 0,5 \leq x \leq 3$$

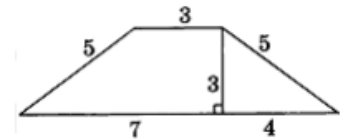
Ответ: 2.

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке справа.

Решение: $S = \frac{(7+4)+3}{2} \cdot 3 = 21$

Ответ: 21



10. В треугольнике ABC $AB=16, AC=8, BC=8\sqrt{3}$. Найдите угол BAC . Ответ укажите в градусах.

Решение:

Способ 1.

Воспользуемся теоремой косинусов

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos BAC$$

$$(8\sqrt{3})^2 = 8^2 + 16^2 - 2 \cdot 8 \cdot 16 \cos BAC$$

$$64 \cdot 3 = 64 + 256 - 2 \cdot 64\sqrt{3} \cos BAC$$

$$-128 = -256 \cos BAC$$

$$\cos BAC = \frac{1}{2}$$

Угол BAC равен 60°

Способ 2.

По обратной теореме Пифагора треугольник ABC прямоугольный, т.к.

$$(8\sqrt{3})^2 + 8^2 = 16^2$$

$$192 + 64 = 256$$

Тогда AB – гипотенуза, AC и BC – катеты. Т.к. $AC = \frac{1}{2}AB$, то угол B равен 30° . Тогда угол BAC равен 60° .

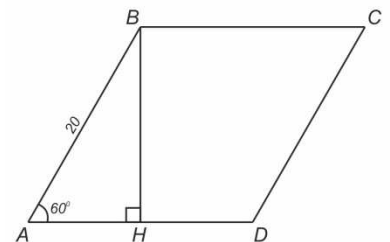
Ответ: 60.

11. Сторона ромба равна 20, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Решение:

Треугольник ABH – прямоугольный с острым углом в 60° . Значит, второй острый угол 30° . Тогда $AH = \frac{1}{2}AB = 10$. Т.к. $ABCD$ – ромб и $AD = 20$, то $HD = 10$.

Ответ: 10; 10



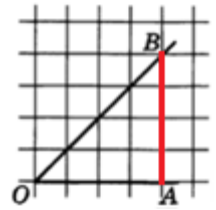
12. Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке справа.

Решение:

Достроим до прямоугольного треугольника ABO . Тангенс – это отношение противолежащего катета AB к прилежащему AO (их длины найдем по клеткам), т.е.

$$\operatorname{tg} AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{4}{4} = 1$$

Ответ: 1.



13. Укажите в ответе номера верных утверждений.

1. Во всякий четырехугольник можно вписать окружность.
2. Около любого треугольника можно описать окружность.
3. В любом описанном около окружности четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

Ответ: 23.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены значения среднего балла по контрольным работам, необходимого для выставления оценки без сдачи экзамена. Какую наибольшую оценку без сдачи экзамена может получить студент со средним баллом 4,78?

Отметка	«5»	«4»	«3»
Средний балл	Более 4,85	Более 4	Более 3,5

Варианты ответа

1. Автоматически нельзя получить никакую оценку

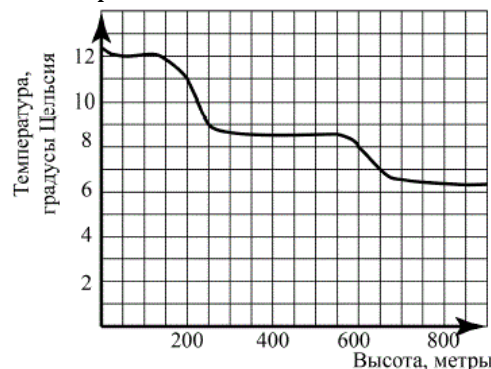
2. 5

3. 3

4. 4

Ответ: 4.

15. На рисунке изображена зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря. Определите по графику, на сколько градусов температура на высоте 200 метров выше, чем на высоте 650 метров.



Ответ: 4.

16. Флэшка стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флэшек можно купить на 700 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

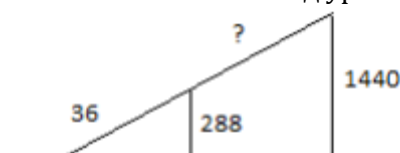
Решение:

$160 \cdot (1 - 0,35) = 160 \cdot 0,65 = 104$ (руб.) – стоимость флэшки по время распродажи.

$700 : 104 \approx 6$ (ф.) – можно купить на 700 рублей.

Ответ: 6.

17. Маша поднимается от моря к санаторию по лестнице с одинаковыми ступеньками. Поднявшись на 36 ступенек, она оказалась на 288 см выше уровня моря. На сколько ступенек нужно еще подняться Маше, чтобы оказаться на высоте 1440 см над уровнем моря?



Решение:

Обозначим неизвестный отрезок за x . Т.к. треугольники подобны, то по равенству отношений сходственных сторон получаем:

$$\frac{36}{36 + x} = \frac{288}{1440}$$

По основному свойству пропорции

$$\begin{aligned} (36 + x) \cdot 288 &= 1440 \cdot 36 & | : 288 \\ x + 36 &= 5 \cdot 36 \\ x &= 5 \cdot 36 - 36 \\ x &= 144 \end{aligned}$$

Ответ: 144.

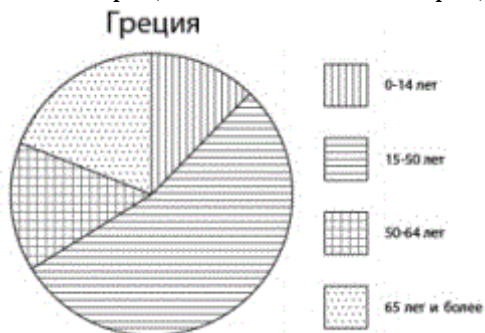
18. Коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя, работающего по циклу Карно, можно вычислить по формуле $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где T_1 - температура нагревателя (в К), T_2 - температура холодильника (в К). Чему равна температура нагревателя (в К), если КПД двигателя $\eta = 0,3$, а температура холодильника 280 К?

Решение:

$$\begin{aligned} 0,3 &= \frac{T_1 - 280}{T_1} & | \cdot T_1 \\ T_1 + 280 &= 0,3T_1 \\ 0,7T_1 &= 280 \\ T_1 &= 400 \end{aligned}$$

Ответ: 400.

19. На диаграмме показан возрастной состав населения Греции. Сколько примерно людей в возрасте от 15 до 50 лет проживает в Греции, если население Греции составляет 10 млн людей?



Варианты ответа

1. Около 4 млн 2. Около 5,2 млн 3. Около 4,9 млн 4. Около 7 млн

Решение: По диаграмме видно, что население людей в возрасте от 15 до 50 лет чуть больше половины. Среди ответов наиболее подходящим вариантом является около 5,2 млн.

Ответ: 2.

20. На тарелке 20 пирожков: 3 с мясом, 14 с капустой и 3 с вишней. Гоша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность, что он окажется с вишней.

Решение:

$$\frac{3}{20} = 0,15$$

Ответ: 0,15.